УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Отчет по лабораторной работе №6

по предмету «Численные методы»

Вариант 14

Выполнил:

Наривончик А.М.

Гр. 351004

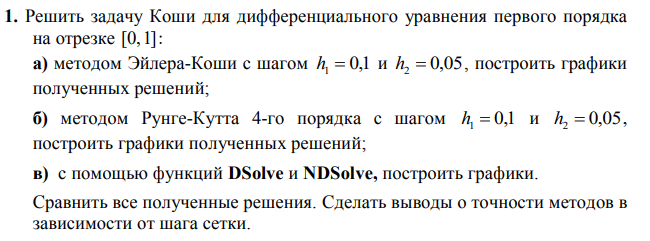
Проверил:

Степанова Т. С.

Минск 2024

**Численное решение задачи Коши**

**для ОДУ первого порядка и их систем**

****

****

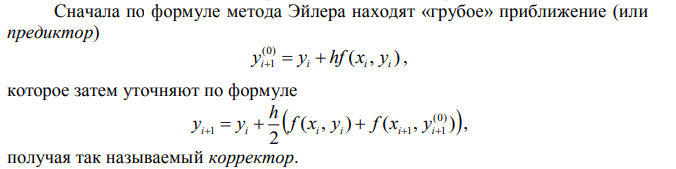
Метод Эйлера-Коши является модификацией метода Эйлера. Согласно методу Эйлера уравнение y ′ = f (x, y) заменяется разностным уравнением:

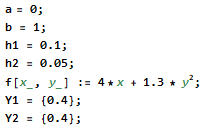
****

Решение этого уравнения находится явным образом по рекуррентной формуле:

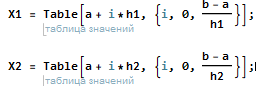
****

Для метода Эйлера-Коши сначала находят «грубое» приближение (или предиктор):

Зададим все начальные условия:



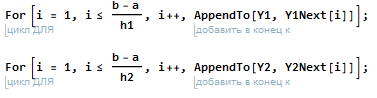
Построим вектора Х-координат для h1 = 0.1, h2= 0.05:



Запишем функции для каждого Yi+1 элемента (предиктор):

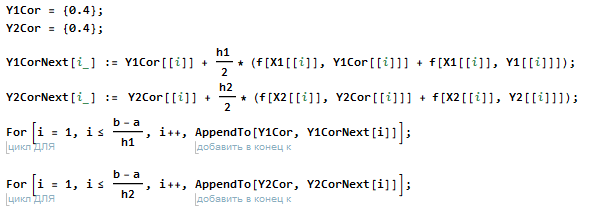


Зная Y0, можно найти значения предиктора Yi во всех остальных точках сетки:

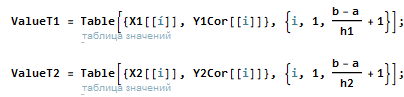


Для каждого Yi по формуле ниже вычислим корректор:

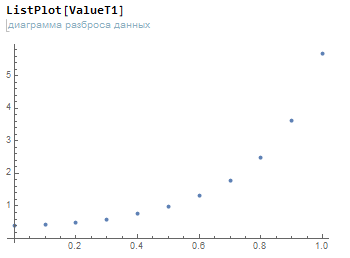




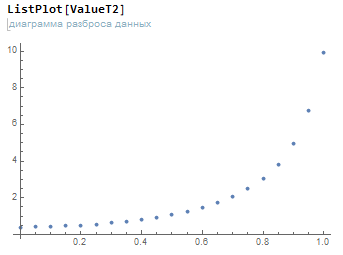
Построим таблицы полученных значений:



Построим график производной при h=0.1:

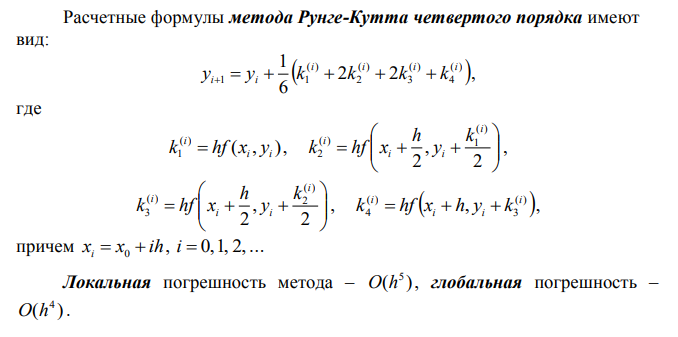


Построим график производной при h=0.05:

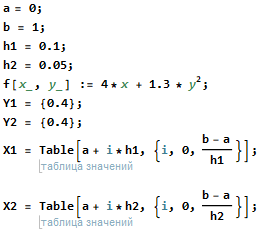




**б) Метод Рунге Кутта:**



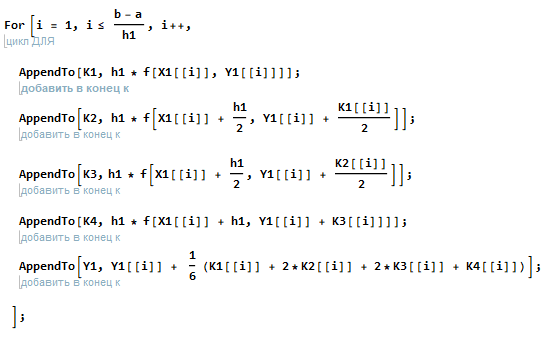
Зададим начальные параметры:



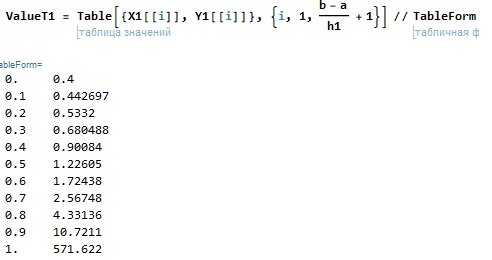
Заведем списки K коэффициентов:



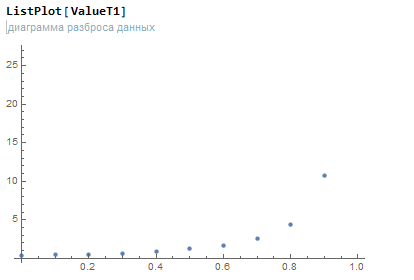
По формулам найдем все значения полученной функции в узлах сетки:



Построим таблицу значений:



Построим график:



Аналогично для шага h=0.05:

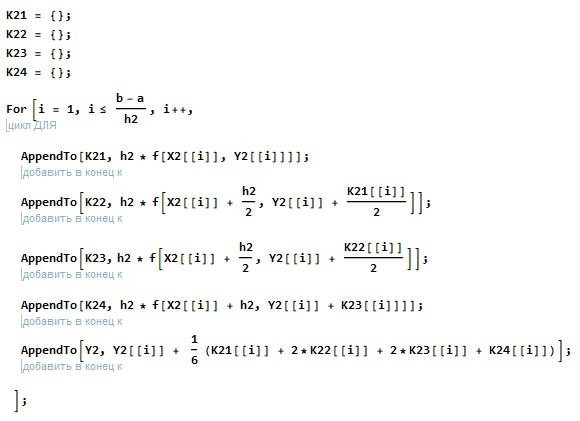
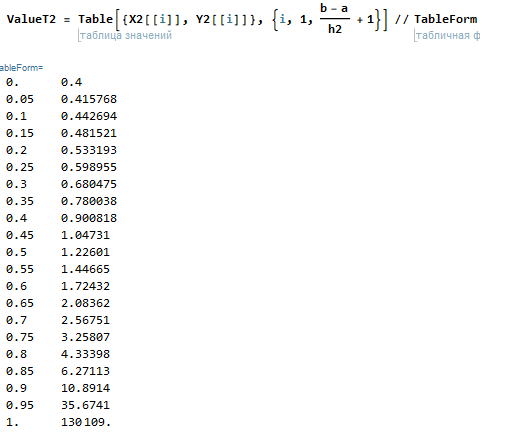
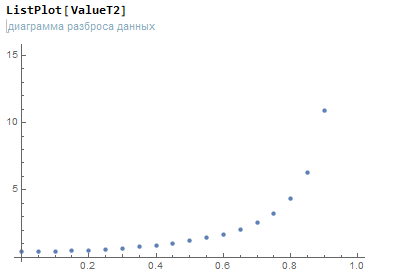


Таблица значений:

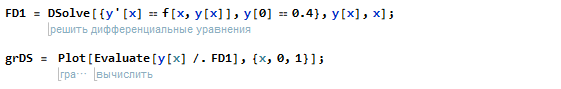


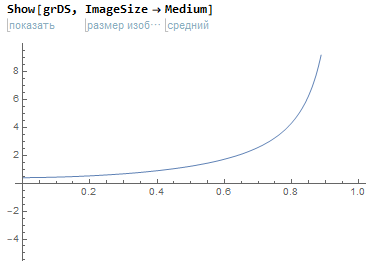
Построим график:



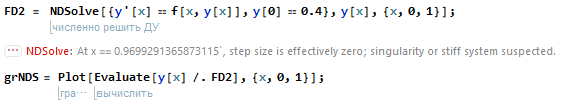
в) Решим уравнение встроенными функциями:

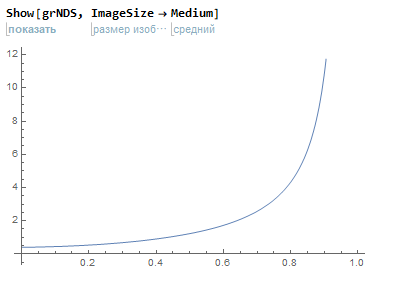
с помощью **DSolve**:



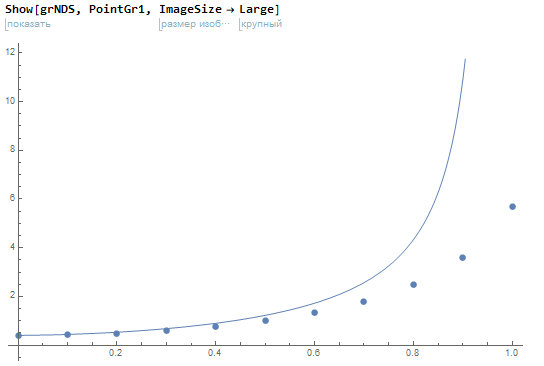


и с помощью **NDSolve:**

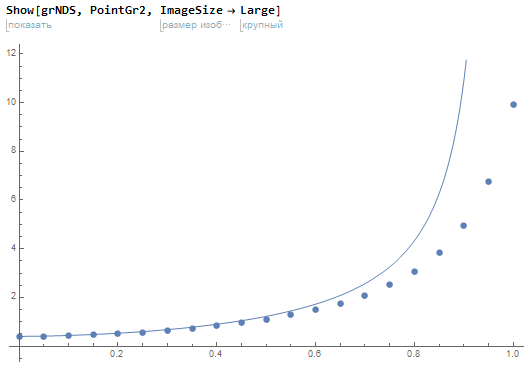




Сравним результаты, полученные с помощью встроенной функции **NDSolve** и метода Эйлера-Коши для h=0.1:



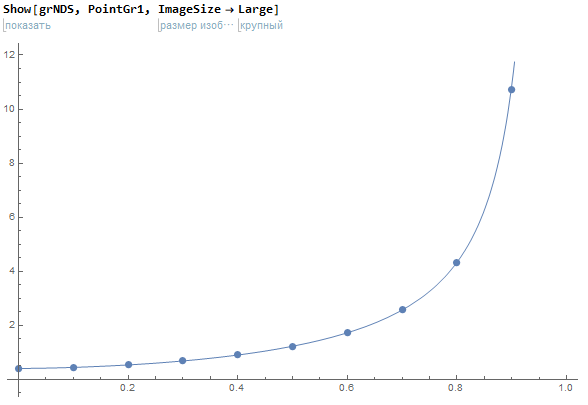
для h=0.05:



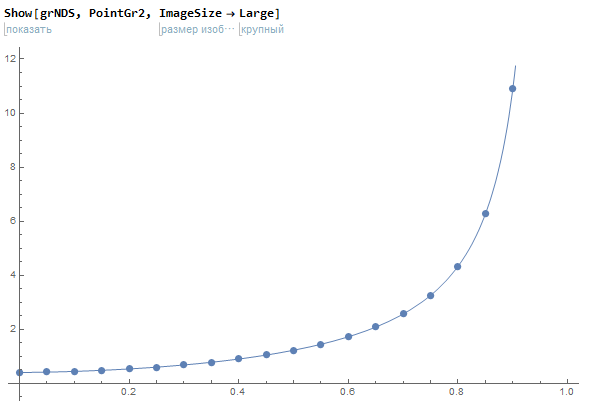
Отразим на графике точки из таблицы значений для метода Рунге-Кутта (при h = 0.1 и при h = 0.05 соответственно):



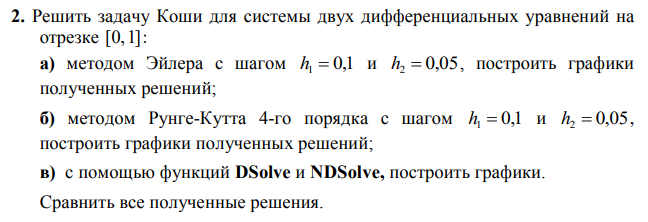
Сравним результаты, полученные с помощью встроенной функции **NDSolve** и метода Рунге-Кутта для h=0.1:

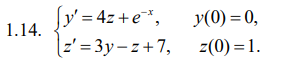


для h=0.05:

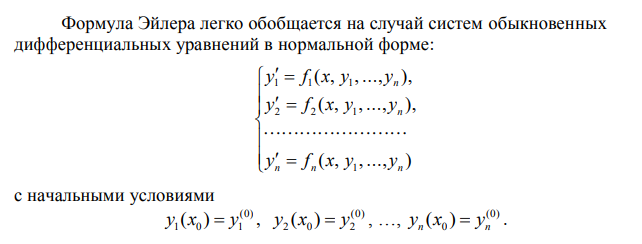


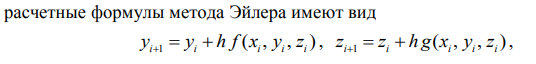
Как видно, точность решения дифференцированных уравнений численными методами значительно увеличивается при уменьшении шага h. По графикам так же можно заметить, что метод Рунге-Кутта даёт результат гораздо точнее, чем метод Эйлера-Коши, это подтверждает тот факт, что порядок точности метода Рунге-Кутта (для глобальной погрешности он равен 4) выше порядка точности метода Эйлера-Коши (для глобальной погрешности он равен 2).



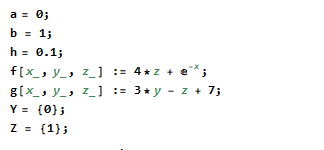


**а) Метод Эйлера:**

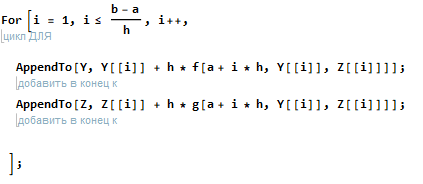


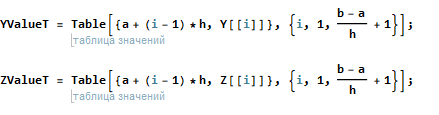


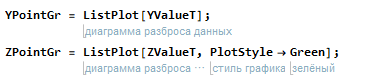
Зададим все начальные параметры для решения системы:



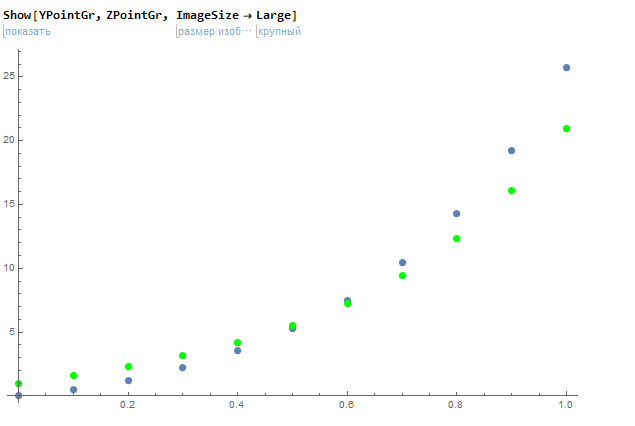
По рассчетным формулам найдем значения искомых функций в узлах сетки:



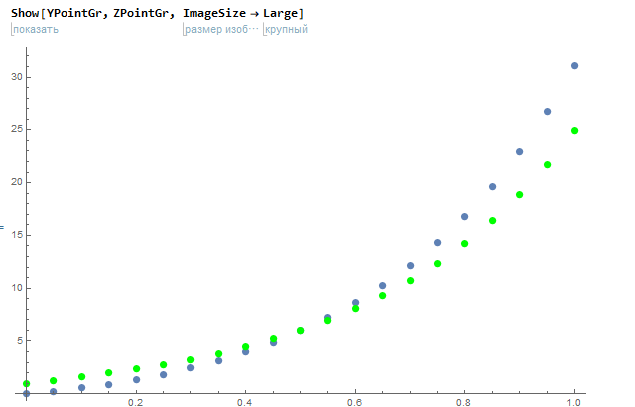
Построим таблицы значений для искомых функций: 

Построим отображение таблиц значений для каждой функции на графике: 

Построим графики искомых функций (y – синим цветом, z – зеленым цветом):



Аналогично для h = 0.05:

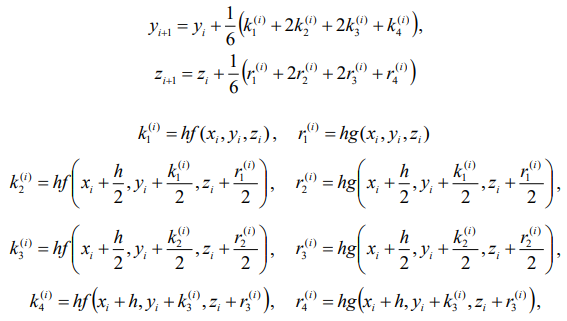


**б) Метод Рунге-Кутта**

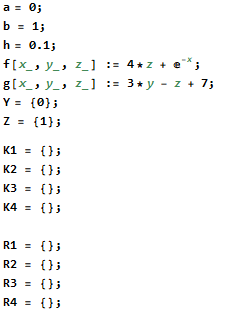
Расчетные формулы метода Рунге-Кутта четвертого порядка для системы двух уравнений:

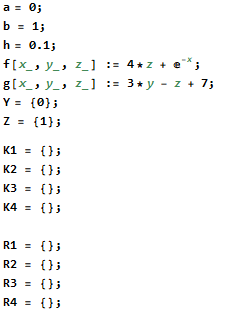


имеют вид:

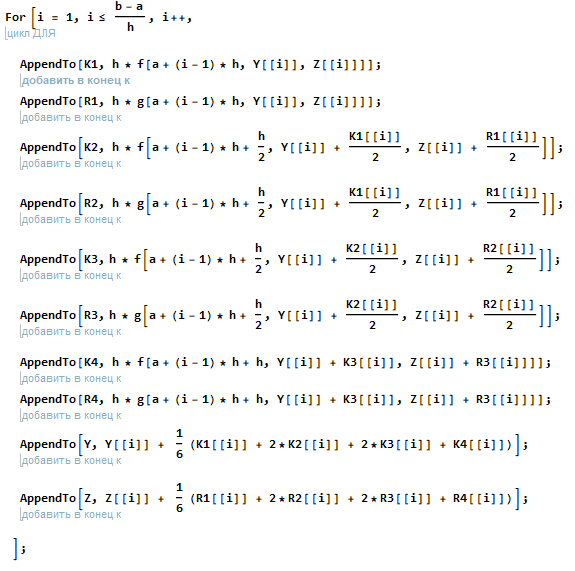


Зададим начальные параметры для решения:

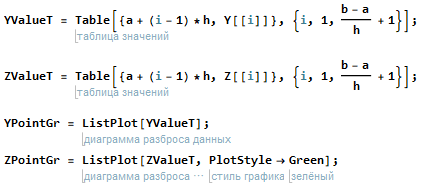


Заведем списки для коэффициентов K и R расчетных формул:  


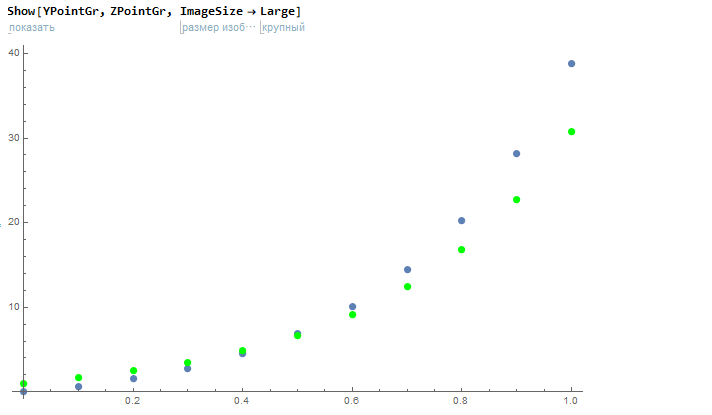
Вычислим значения искомых функций в узлах сетки:



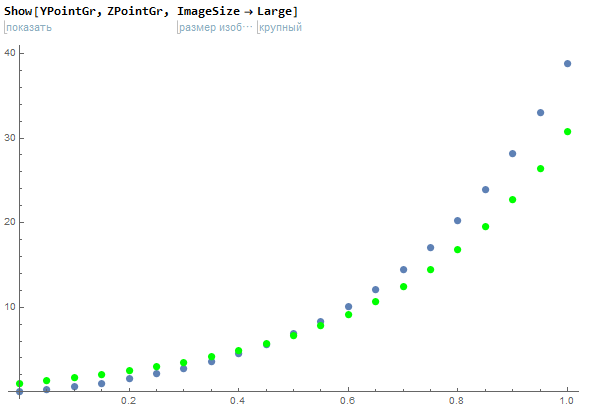
Построим таблицу значений этих функций и отображение на графиках:



Построим график решения системы для h=0.1:

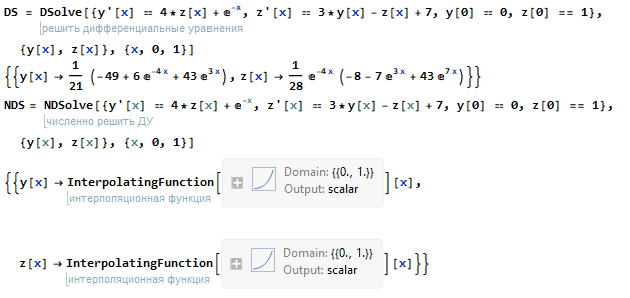


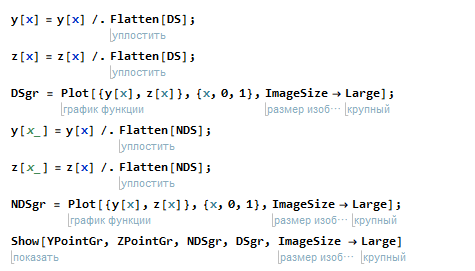
Аналогично для h = 0.05:

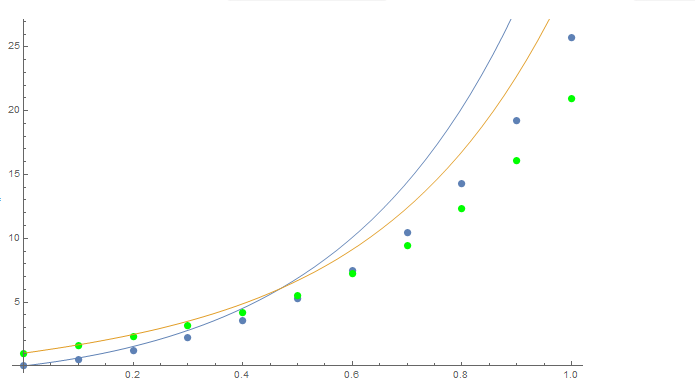


В)

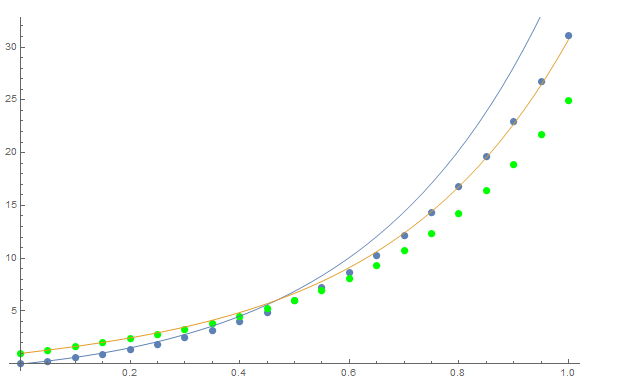
Метод Эйлера-Коши (h = 0.1)



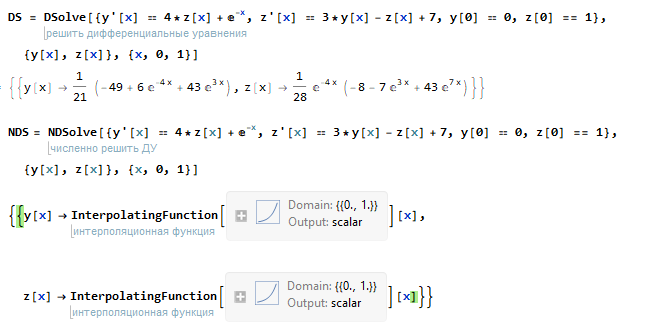


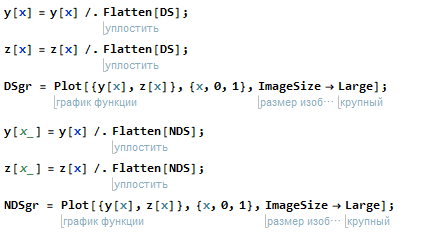


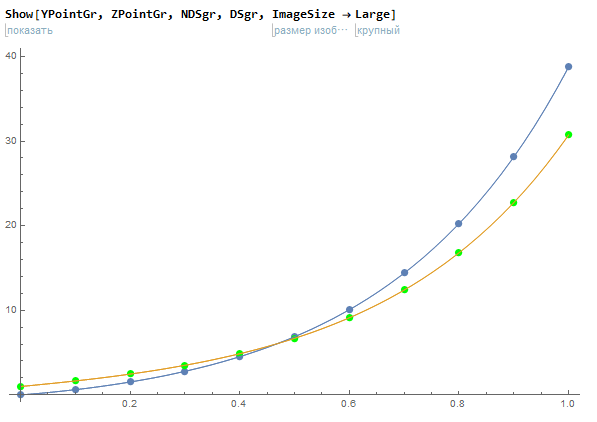
Для h = 0.05:



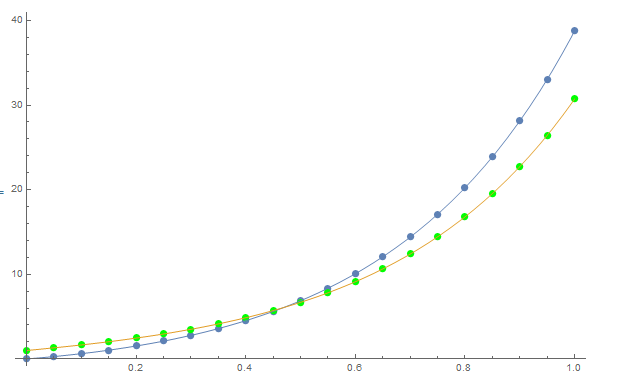
Метод Рунге-Кутта (h = 0.1):







Для h = 0.05:



На рисунках видно, что встроенные функции **NDSolve** и **DSolve** дают одинаковый результат. Также очевидно, что метод Рунге-Кутта дает более высокую точность решения системы.